Geometria różna

1. Na zewnątrz boków AC i BC trójkąta ABC dobudowano prostokąty $ACPQ$ i $BCRS$ o równych polach. Niech M bĘdzie środkiem odcinka PR zaś O Środkiem okręfu opisanego na ABC. Pokazać, że punkty M,C,O są współliniowe.

2. Dany jest trójkąt ABC w którym $AC > BC$. Punkt D jest środkiem łuku AB okręgu opisanego na ABC zawierającego C. E jest rzutem D na prostą AC. Pokazać, że $AE = EC + BC$.

3. Na okręgu o środku O i średnicy AB obrano punkt C by OC było prostopadłe do AB. Następnie na krótszym łuku BC obrano dowolny punkt P. Prosta PC przecina prostą AB w punkcie Q. Prosta l jest prostą prostopadłą do AB przechodzącą przez punkt Q. Prosta AP przecina prostą l w punkcie R. Pokazać, że $RQ = BQ$.

4. Okrąg mający za średnicę wysokość trójkąta ABC puszczoną z A przecina boki AB i AC w D i E odpowiednio. Niech O będzie środkiem okżegu opisanego na ABC. Pokazać, że $OA \perp DE$.

5. Punkty Q i R leżą na okręgu γ. Punkt P jest przecięciem stycznych do okręgu przechodzących przez Q i R. Punkt A leży na przedłużeniu PQ bliżej Q niż P. Okręg opisany na trójkącie APR przecina okrąg γ w punkcie B, zaś prosta AR przecina γ w C. Pokazać, że $\angle PAR = \angle ABC$.

6. Trójkąt ABC ma kąt prosty przy wierzchołku C. Dwusieczne kątów przy wierzchołkach A i B przecinają boki BC i AC odpowiednio w P i Q. Niech M i N będą rzutami prostopadłymi odpowiednio P i Q na AB. Znaleźć miarę kąta $\angle MCN$.

7. Okręgi C_1 i C_2 przecinają się w punktach M i N, zaś ich wspólna styczna jest do nich styczna w punktach P i Q odpowiednio, gdzie prosta PQ jest bliżej punktu N niż M. Prosta PN przecina okrąg C_2 w punktach N i R. Pokazać, że prosta MQ jest dwusieczną kąta PMR.

8. Sześciokąt $ABCDEF$ jest opisany na okręgu s. Punkty styczności s z bokami AB,CD,EF leża w połowie tych boków i nazywają się odpowiednio P,Q,R. Ponadto punkty styczności s z bokami DE,FA,BC nazywają się odpowiednio X,Y,Z. Pokazać, że proste PX,QY i RZ przecinają się w jednym punkcie.